
Le calcul avec le boulier

HÉLÈNE KAYLER, DIDACTICIENNE

Je veux présenter ici un résumé de ce que j'ai glané autour du boulier, mais surtout une proposition d'un programme d'activités sur le calcul à proposer à nos élèves.

INTRODUCTION

Notre premier contact avec le boulier chinois a souvent été l'observation d'un marchand asiatique qui vérifie les calculs de sa caisse enregistreuse à l'aide de son boulier. Le boulier chinois a traversé les siècles et le continent asiatique avec grand succès. Et ce succès tient au fait que ce boulier est un *modèle de notre système de numération*, à sa simplicité et à la qualité de l'entraînement à s'en servir.

Je présenterai ici le boulier chinois à partir d'un peu d'histoire, puis j'indiquerai l'utilisation pédagogique qu'on peut en faire *dans nos écoles*.

I- Un peu d'histoire

1. Le mot « abaque »

J'appellerai *abaque* tous ces moyens qui servent à représenter les nombres et exécuter des calculs, moyens que l'opérateur contrôle ; ce qui exclut les différentes machines à calculer depuis la « pascaline » jusqu'aux ordinateurs actuels où le rôle de l'opérateur est de plus en plus réduit. Le mot « abaque » nous est parvenu via la langue grecque (planche à calcul) mais proviendrait de langues plus anciennes (araméen ou hébreu) et signifierait *sable* ou *poussière*.

2. Différentes sortes d'abaques

Le premier abaque identifié par les archéologues a été découvert dans l'île de Sadonis (en mer Méditerranée) autour des années – 500. On peut classifier les abaques en trois catégories :

1) *ceux dont la base est unie* :

Des bandes (ou des colonnes) peuvent être tracées d'avance, on y trace des signes ou bien on y dépose des jetons ou des bâtonnets ; par exemple :

- l'*abaque à poussière*, utilisé jusqu'au Moyen Âge avec du sable déposé sur une couverture de bure placée sur une planche (d'où l'origine du mot « bureau ») ;
- ou *la table à compter* (origine du mot « comptoir ») qu'on retrouve en Occident jusqu'au 18^e siècle et qui est adaptée à différents systèmes de mesure ou de monnaie ;

- c'est aussi la *planche à compter* chinoise dont la surface est quadrillée et sur laquelle on dépose des bâtonnets ;
 - ou encore la *tablette d'argile* des Babyloniens, ou le tableau ou la feuille de papier sur lesquels on écrit.
- 2) *l'abaque peut aussi être une petite planche avec des sillons :*

Une planche dans laquelle des sillons parallèles sont creusés et dans lesquels on fait glisser des jetons : on connaît en particulier l'abaque des Romains (cf. fig. 1). C'est un abaque portatif, dans lequel on reconnaît deux niveaux : le niveau « quinaire » (*cinq*) en haut (pour les V, L..), et le niveau « unaire » (*un*) en bas (pour les I, X, C, etc...).

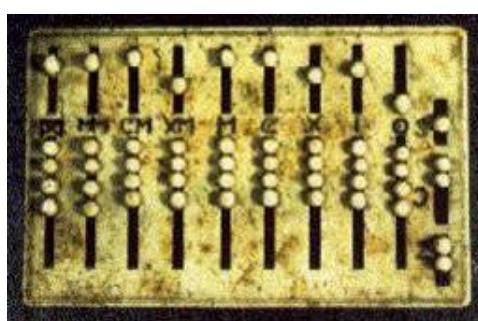


Figure 1 : Abaque romain avec sillons

- 3) *et enfin les bouliers avec tiges :*

On en connaît plusieurs sortes : les bouliers turque, russe, japonais, chinois... (cf. fig. 2). Les boules glissent sur des tiges parallèles qui sont montées sur un cadre et le nombre de tiges peut varier.



Figure 2 : Quelques bouliers

Dans les bouliers asiatiques, les tiges sont placées verticalement ; chacune correspond à une puissance de 10 et une barre transversale sépare les boules d'en *haut* des boules d'en *bas*. Et ce sont les boules placées contre la barre centrale qui représentent le nombre considéré. Le boulier chinois a progressivement été adopté par tout le continent asiatique (en Inde, en Corée, au Japon, en Malaisie, ...) et les *quinaires* ont tantôt été au nombre de 1 ou 2 tandis que les unaires ont été 4 ou 5.

3. Origine du boulier chinois

Deux thèses sont proposées (cf fig 3).

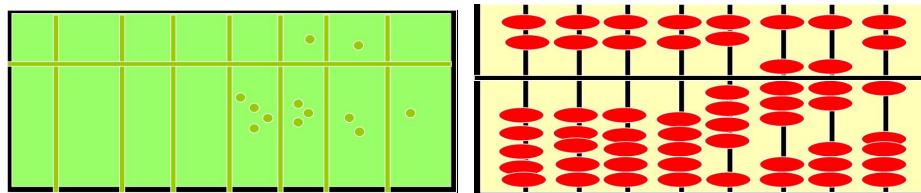


Figure 3 : Comparaison entre romain et chinois

- 1) *la thèse chinoise* : le boulier actuel est une évolution de la table à compter quadrillée avec jonchets dont le groupement principal est dix, et le sous-groupement de cinq ; ce boulier est représenté dans un célèbre tableau de 5 x 0,25 mètres du peintre Zhang Zeduan (960 – 1127) ;
- 2) *la thèse romaine* : à l'occasion d'échanges (qui sont connus) entre la Chine et l'empire romain via la *Route de la soie*, l'abaque romain aurait été communiqué aux Chinois au temps de la domination mongole.

4. Le concours au Japon

Peu après le bombardement d'Hiroshima, un concours est organisé (en 1954) entre deux experts en calcul : l'un japonais avec un boulier (japonais), et l'autre américain avec une calculatrice électrique (de l'époque). On y trouve 5 épreuves (des additions sur des nombres de 3 à 6 chiffres, des soustractions sur des nombres de 6 à 8 chiffres, des multiplications sur des nombres de 5 ou 12 chiffres, des divisions sur des nombres de 5 ou 12 chiffres et des problèmes). Le concours dure environ 25 minutes. Résultats : c'est le Japonais qui l'emporte (4 à 1), donc **VICTOIRE DU BOULIER !**

5. Actuellement en Asie

Bien que les calculatrices et les ordinateurs soient de plus en plus répandus et que l'importance du boulier diminue, des universitaires (didacticiens ou psychologues japonais en particulier) et des associations en font la promotion et l'enseignement du boulier est toujours obligatoire.

II- Utilisation du boulier chinois

Le boulier chinois est un instrument qui facilite le *calcul*. Voici quelques brèves indications sur son utilisation, mais on trouvera facilement dans les documents donnés en référence des indications détaillées.

1. À propos de la représentation d'un nombre

Étant donné un nombre écrit dans le système décimal, chacun de ses chiffres est représenté sur le boulier par le nombre correspondant de boules qui sont glissées près de la barre transversale qui sépare les deux types de boules, et en tenant compte des rôles de ces boules : les boules unaires (qui valent 1) et les boules quinaires (qui valent 5). Habituellement, c'est la partie droite du boulier qui est utilisée pour représenter un nombre (qui peut être le résultat d'un calcul), tandis que la partie gauche du boulier sert plutôt d'espace de travail. Les tiges utilisées

prennent des rôles différents selon la position du chiffre dans le nombre, par exemple, la même disposition peut exprimer soit le nombre 7654321 soit 76543,21 selon le contexte (cf fig 4).

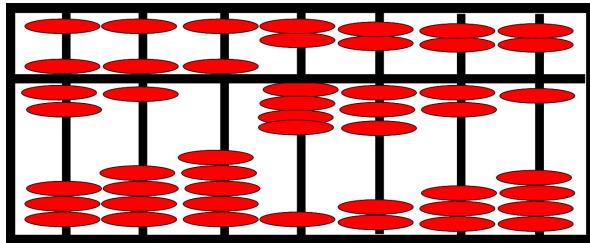


Figure 4 : Boulier chinois

2. Pour effectuer une addition

Sur le boulier, (sur la partie de droite), on représente l'un des deux nombres de l'opération à effectuer (selon le mode indiqué plus haut); et on utilise le même algorithme que dans l'addition habituelle sur papier. Sur chaque tige correspondant aux rangs des chiffres du nombre à additionner, on ajoute le nombre de boules nécessaire. Etant donné le nombre restreint de boules disponibles sur chaque tige, on utilise les *équivalences* (qui sont d'emploi facile, mais lourdes à exprimer et qui ne sont guère explicitées mais mises en pratique).

3. Pour soustraire

Pour effectuer une soustraction, on utilise une méthode semblable, mais en inversant.

4. Pour multiplier

La multiplication sur le boulier utilise aussi *la même structure d'algorithme* que nous pratiquons sur papier mais avec des variantes de disposition.

Il faut d'abord connaître la table de multiplication (des nombres inférieurs à 10). On inscrit ensuite chacun des deux nombres à multiplier dans la partie gauche du boulier (en les séparant suffisamment pour ne pas les mêler). Puis on fait (mentalement) successivement le produit de chacun des chiffres du multiplicateur par chacun des chiffres du multiplicande; et l'on additionne au nombre précédemment inscrit dans la partie droite du boulier, (ce nombre est 0 au départ) et en veillant à bien choisir la « bonne » tige (on doit décaler à gauche à chaque nouveau chiffre du multiplicateur, tout comme nous le faisons sur papier). Le résultat final est alors le dernier nombre obtenu à droite après la multiplication du dernier chiffre du multiplicande et son addition au résultat précédent.

5. Pour diviser

Tout comme la multiplication, la division sur le boulier utilise aussi *la même structure d'algorithme* que nous pratiquons sur papier et avec quelques variantes de disposition.

On inscrit chacun des deux nombres à diviser dans la partie gauche du boulier (en les séparant suffisamment pour ne pas les mêler). Ensuite on fait le quotient de parties du dividende par chacun des chiffres du diviseur; et l'on additionne les quotients partiels obtenus, au fur et à mesure, à droite du boulier. Le résultat final est le dernier nombre obtenu à droite.

6. Pour extraire une racine carrée

Le lecteur intéressé trouvera les renseignements pertinents dans la littérature disponible.

7. Quelques aspects de la méthode

L'entraînement au calcul est précoce, méthodique et intensif. On commence lors des premiers apprentissages du calcul, des examens consacrent l'atteinte de différents niveaux dont les derniers devaient être acquis pour obtenir certains emplois comme celui de comptable. La méthodologie comporte beaucoup de pratique, un doigté rigoureux, un recours au calcul mental...

III- Le boulier dans nos classes

Il s'agit d'utiliser ici le boulier pour enseigner ou approfondir la numération et le calcul, et non de copier aveuglément la pratique utilisée en Chine mais plutôt de s'en inspirer. Voici POURQUOI et COMMENT ce boulier convient à *nos* élèves d'*aujourd'hui*. (Signalons d'abord que l'introduction d'un boulier en classe n'est pas un obstacle car chaque élève peut s'en fabriquer – voir plus loin).

1. Pourquoi ?

C'est en accord avec notre programme, et compte tenu des besoins de *nos* élèves que le boulier peut être utilisé en classe et voici deux types d'argument qui militent en ce sens.

Tout d'abord, du point de vue affectif : que ce soit auprès des élèves des groupes réguliers ou autres, on sait que l'apprentissage des mathématiques et du calcul en particulier ne remporte pas la cote de popularité (heureusement, il y a des exceptions!). Or le succès qu'on peut attendre avec le calcul à partir du boulier devrait contribuer à stimuler (ou restaurer) la *confiance en soi*, et les activités devraient être source de *plaisir* et au moins *d'intérêt*.

D'autre part, du point de vue cognitif, le contenu mathématique visé concerne la *numération et le calcul* : que ce soit à propos de leur introduction, d'un approfondissement, du développement historique, ou d'applications. On peut manipuler des nombres entiers (petits et grands!) ou des nombres à virgule, et on insiste sur la représentation de ces nombres dans le système décimal ; on peut traiter les opérations arithmétiques habituelles : addition, soustraction, multiplication et division, et on peut redécouvrir et même comprendre nos algorithmes habituels. On peut aussi aborder la représentation des nombres dans d'autres bases.

2. Suggestions pédagogiques

Voici quelques suggestions à propos de l'organisation de la classe.

Tout d'abord, les élèves doivent utiliser un boulier réel (et non virtuel, comme certains logiciels le proposent) : l'aspect « clic-clac » du travail sur les boules fait ressortir le côté concret de l'outil, et la classe prend alors la forme de *laboratoire*. (Cela ne cause pas de vrais problèmes : en effet, même les jeunes du primaire peuvent s'en fabriquer et l'activité de fabrication peut aisément prendre la forme de résolution de problème).

D'autre part, l'utilisation d'un *rétro-projecteur* se révèle très utile pour présenter une démarche (le boulier devant être tenu à plat) et organiser une discussion.

Enfin, le rôle de l'enseignant est surtout de poser des questions et animer la classe, celui des élèves étant de discuter et chercher des méthodes et des réponses, soit individuellement soit en équipes.

3. Programme d'activités

- 1) Voici tout d'abord des ACTIVITÉS PRÉLIMINAIRES :
 - a) Une présentation (plus ou moins détaillée et adaptée aux élèves) de *l'histoire de la numération et des instruments de calcul*. Le but recherché étant de piquer leur curiosité et de stimuler leur intérêt.
 - b) Des activités numériques préparatoires et adaptées pouvant porter :
 - soit sur l'abaque 2-5 des romains, dessiné sur papier ;
 - soit avec des bâtonnets sur papier quadrillé, comme les Chinois d'autrefois ;
 - soit sur une table à compter dessinée sur papier ;
 - soit un jeu de vente et d'achat avec une monnaie fictive 2-5.
 - c) *La construction d'un boulier* par chaque élève : à partir d'une illustration ou d'un vrai boulier.
- 2) Et enfin voici des ACTIVITÉS SUR LE BOULIER, réparties en plusieurs niveaux :

NIVEAU	Représentation d'un nombre	Addition et soustraction	Multiplication
1 ^{er} niveau	Utilisation de la sorte de nombres qui sont familiers ou intéressants. Lien avec le développement selon les puissances de dix. <u>Découverte</u> progressive des « équivalences ». Boulier mental .	Exemples et pratique de + et -. Découverte de l'utilisation des compléments à 5 ou à 10. Boulier mental .	Reconstruction des « tables de multiplication ». Multiplications par un nombre de 1 ou 2 chiffres . Boulier mental .
2 ^e niveau	Lien entre la représentation sur le boulier et les exposants du développement décimal. Lien entre boulier et écriture.	Problèmes de calcul et exécution des opérations à partir « de la gauche ». Tournois entre calculateurs-papier, crayon et des calculateurs - bouliers. Boulier mental .	Multiplication par un nombre de 2 ou 3 chiffres . Découverte du <u>principe</u> d'Archimède (à propos de la position des chiffres du produit). Boulier mental .
3 ^e niveau	Lien avec l'approximation d'un nombre et son écriture scientifique. Bases non décimales et utilisation du boulier pour représenter un nombre en base douze.	Lien entre les algorithmes sur boulier et sur papier. Problèmes de calcul. Jeux divers. Tournois . Boulier mental .	Problèmes de calcul. Tournois . Boulier mental .

FABRICATION D'UN BOULIER

À partir d'une *boîte*, de tiges et de grosses *perles* voici (fig 5) quelques étapes de la fabrication d'un boulier-maison :

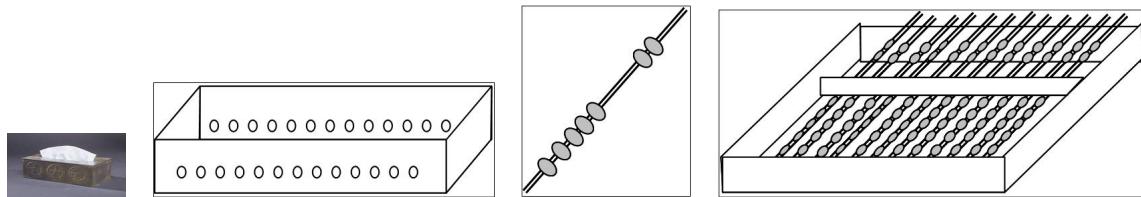


Figure 5 : La fabrication d'un boulier

RÉFÉRENCES : livres et sites internet

Ifrah, Georges, *Histoire universelle des chiffres*, Robert Lafont.

Cerquetti-Aberkane Françoise, *Les maths ont une histoire*, Hachette.

Scharlig Alain, *Compter avec des jetons*, Presses polytechniques et universitaires romandes.

Kayler Hélène, *Calcul avec le boulier*, Activités numériques pour la classe, (en préparation).

Sheikh Faisal Sheik Mansor et al., *Learning Mathematics with the Abacus*, Kreatif Kembara.

<http://www.ee.ryerson.ca:8080/elf/abacus/>

<http://webhome.idirect.com/totton/abacus/pages.htm>

<http://webhome.idirect.com/totton/soroban/Manual.pdf>

http://fr.wikibooks.org/wiki/S'initier_au_boulier_en_10_le%C3%A7ons

<http://web-japan.org/kidsweb/news/00-10/abacus.html>

<http://www.torii.army.mil/archives/archives/2005/feb/18/aroundzama/story03.htm>

<http://www.syuzan.net/english/brain/brain.html>

<http://www.education.ed.ac.uk/ecme/research/numeracy.html>

http://www.sevenforks.com/en_forum/messages/11.html

<http://www.dragon-gate.com/Images/cpics/ART44.jpg>